

WALTER WUNDERLICH

Vom Pantheon zum Olympiadaach – Statik im Wandel der Zeiten –*

Zusammenfassung

In einem geschichtlichen Überblick wird die Entwicklung der Statik vom Altertum bis zur Gegenwart verfolgt. Als Disziplin, die sich mit dem Tragverhalten und der Standsicherheit von Bauwerken und Strukturen befasst, hat die Statik sich im Laufe der Zeit in Ausrichtung und Methodik stark verändert. Anfangs werden mehr gefühlsmäßig statische Gesetze befolgt, die schon im alten Rom zu großen Leistungen in der Baukunst führen, wie beim Bau des Pantheons. Auch im Mittelalter erfordert der Bau der Kathedralen weit entwickelte statische Kenntnisse. Doch erst mit den Fortschritten in der Mathematik und Mechanik des 16. und 17. Jahrhunderts gelingt es, die Statik wissenschaftlich zu untermauern und statische Berechnungen durchzuführen, erstmals bei der Sanierung der Kuppel der Peterskirche in Rom. Es dauert dann noch bis in das 19. Jahrhundert, bis Methoden und Rechenhilfsmittel soweit entwickelt sind, dass man sie für die Berechnung von Bauwerken vor deren Errichtung einsetzen kann und die Baustatik entsteht. Die Erfindung des elektronischen Rechenautomaten (Computer) hat schließlich die Statik in Ausrichtung und Möglichkeiten sehr stark verändert. Zusammen mit neuen computerorientierten Verfahren wie der Finite-Element-Methode eröffnen sich neue Wege zur realistischen Simulation komplexer Strukturen und für Anwendungen in vielen naturwissenschaftlichen Bereichen und darüber hinaus.

Summary

From the Pantheon to the Olympic Roof in Munich – Statics in changing times

The history of statics is surveyed in its development from Antiquity to the present time. Dealing with the load carrying capacity and static behavior of buildings and structures the abilities and methods of this branch have been changed substantially with the ages. For a long time design and construction were based on simple rules including equilibrium considerations more intuitively and other rules of tradition leading to impressive buildings like the Pantheon in ancient Rome and to the ca-

*nach einem Vortrag des Verfassers, gehalten am 25. November 2008 beim Festkolloquium aus Anlass des 90. Geburtstags von Prof. em. Dr.-Ing. Georg Knittel.

thedrals of the Middle Ages. Only with the progress in mathematics and mechanics in the 16th and 17th century it becomes possible to found structural mechanics on a scientific base and to perform static calculations as first done in repairing the dome of St. Peter's in Rome. But it lasts until the 19th century to develop the methods of analysis and computing devices such that the analysis of structures can be performed ahead of their construction. This state of development was rapidly enhanced by the invention of the computer. Not only that the analysis can be automated but also computer-oriented methods like the finite element method are developed. Realistic simulations of complex structures became possible and in the new field of computational mechanics the methods of structural analysis can be applied in many other natural sciences.



Die Statik hat viele Wurzeln, und wenn man versucht, den Bogen vom Pantheon in Rom zum Olympiadach in München zu spannen, so ist es schon aus Platzgründen erforderlich, sich auf einige Schlaglichter zu beschränken. Sie sollen die Geschichte der Statik beleuchten und auch einen kurzen Ausblick geben.

Was versteht man unter Statik?

Umgangssprachlich wird heute häufig von der Statik eines Gebäudes gesprochen, wenn man eine statische Berechnung meint, die zum Ziel hat, den Kräfte- und Verformungszustand eines Gebäudes im Vorhinein zu ermitteln und damit sein Tragverhalten zu beurteilen. Diese Möglichkeit der Vorausberechnung gibt es aber erst seit etwa 150 Jahren.

Doch ist die Statik viel älter. Erste bekannte Anwendungen sind die Hebelgesetze, wie sie Aristoteles (um 350 v. Chr.) und Archimedes (etwa 100 Jahre später) schon untersucht haben.

Beim Errichten von Bauten ging man in früheren Zeiten mehr intuitiv vor und hat aufgrund von Erfahrungen gefühlsmäßig statische Gesetze befolgt.

Und wenn es in unserer Zeit um die Unterscheidung von Architekt und Bauingenieur geht, hört man manchmal scherzhaft den Spruch: „Der Bauingenieur sorgt dafür, dass das, was einem Architekten einfällt, nicht einfällt.“

Doch möchte ich das, was wir unter Statik verstehen, etwas genauer fassen und einige *Grundbegriffe der Statik* zusammenstellen.

Grundbegriffe der Statik		
<i>Geometrie</i>	<i>Material</i>	<i>Gleichgewicht</i>
Balken	Naturstein	Kräfte
Bogen	Ziegel	Momente
Kuppeln	Beton	Spannungen
...
Griechische und römische Quellen		
	Theoprast (322-287 v. Chr.)	Aristoteles (384-322 v. Chr.) „ <i>Mechanische Probleme</i> “
		Archimedes (287-212 v. Chr.) „ <i>De planorum equilibris</i> “
Vitruvius (ca. 70-60 v. Chr. bis ca 10 n. Chr.) „ <i>De architectura libri decem</i> “		
		Wunderlich 2

Die wichtigsten Säulen für die Standsicherheit sind neben dem Gleichgewicht noch das Material und die Geometrie, also die Form, die aus der Konstruktion oder der Architektur folgt. Diese drei Bereiche zusammen bestimmen das Tragverhalten eines Bauwerks.

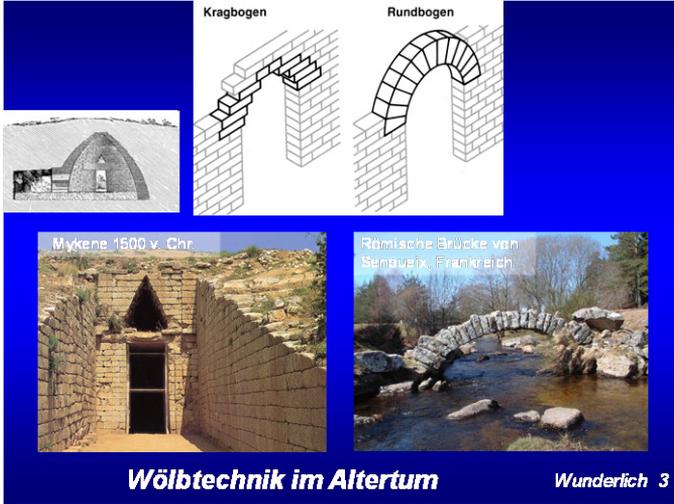
Im unteren Teil des Bildes sind einige Quellen aus der Zeit der Griechen und Römer angegeben, die sich mit diesen Bereichen befassen, unter anderem das bekannte Werk von *Vitruv*, das allerdings nur wenig Aussagen zur Statik enthält.

Zusammenfassend kann man die Statik als die Disziplin bezeichnen, die sich mit dem Tragverhalten und der Standsicherheit von Strukturen unter ruhender Belastung befasst. Dabei ist sie wissenschaftlich gesehen Teil der Mechanik und diese wiederum Teil der Physik.

Altertum und Mittelalter

Die Ingenieurbauten des Altertums und des Mittelalters – einige davon sind in den nachstehenden Bildern zu sehen – wurden dagegen allesamt von universellen Praktikern ohne Anwendung exakt-wissenschaftlicher Methoden errichtet. Die Wurzeln waren mehr handwerklich, das Tragverhalten wurde intuitiv erfasst und gewisse Praktiken und Regeln über die Generationen weitergegeben. Diese Baumeister hatten ein hoch entwickeltes „*statisches Gefühl*“, Ihnen gelangen bewundernswerte Leistungen. In der Entwicklung des Bauens wird wohl viel Lehrgeld bezahlt wor-

den sein. Denn erst dadurch sind die Erfahrungen entstanden, welche zu der hohen Baukunst führten, die wir zum Beispiel am Pantheon, dem Florentiner Dom oder dem Petersdom bewundern.



Sehr alte Bauwerke oder Überreste davon finden wir vor allem im Mittelmeerraum. Dort wurde zum Beispiel schon früh die *Wölbtechnik* entwickelt [1]: in Mesopotamien ca. 1500 v. Chr. kannte man bereits den Kragbogen, der hier beim Schatzhaus von Atreus zur Überdeckung des Eingangs diente. Im Innenraum wurde dieselbe Technik zur Überdachung eines kreisrunden Raumes verwendet, indem man die Steine ringförmig auslegte und wie beim Kragbogen nach oben ringförmig auskragen ließ. Es entstand auf diese Weise eine Art Krag-Kuppel über einem geschlossenen Raum.



Den Rundbogen kannten schon die Etrusker mit entsprechend behauenen Steinen, der erst durch Einfügen des Scheitelsteins seine Tragfähigkeit erhält und die Lasten auf ein stabiles Widerlager abträgt, so wie bei diesem über einen Fluss gespannten Bogen aus Naturstein deutlich zu sehen ist, vergleiche Bild 3. Diese Fußgängerbrücke in Frankreich stammt aus der Römerzeit, ebenso wie die Überreste der in Bild 4 gezeigten *Kuppel aus der Hadrians-Villa*, die deshalb bemerkenswert ist, weil hier eine Schale aus römischem Beton überliefert ist. Beim opus cemaentitium [2] wurden bereits Zuschlagstoffe (Steine, Kies) mit Mörtel gemischt und ergaben nach Erhärtung des Bindemittels ein druckfestes Konglomerat-Gestein. Aussehen und Eigenschaften entsprechen unserem heutigen Beton.

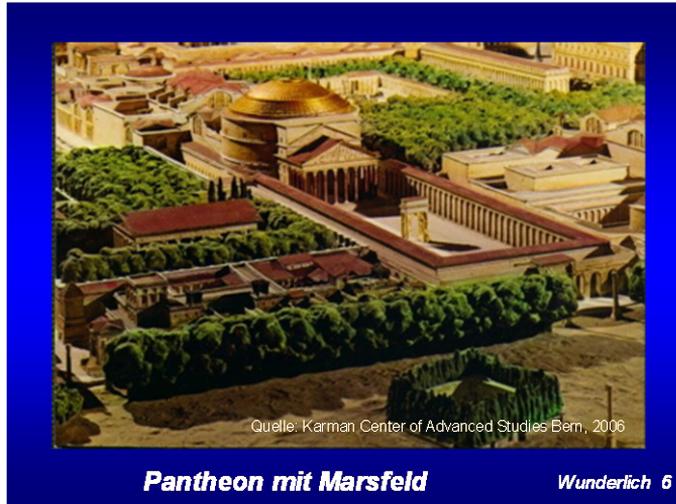
Die Erfindung des römischen Betons ist eine wichtige Voraussetzung für die Überdachung großer Räume. Der Heliocaminus genannte Saal in der Hadrians Villa wurde etwa 120 n. Chr. gebaut und als Bad genutzt.

Viel mehr wäre über griechische und römische Baukunst zu sagen [3]. Stellvertretend soll hier ein Glanzlicht der Ingenieurbaukunst und der Statik behandelt werden: das *Pantheon* in Rom. Diesen Rundtempel haben wir dem Friedenskaiser *Hadrian* zu verdanken, der ihn in der Zeit von 118-126 n. Chr. auf dem Marsfeld errichten ließ. Er war allen römischen Hauptgöttern geweiht und wurde später, im Jahre 609, zur christlichen Kirche „Santa Maria ad Martyres“ umgewandelt.

Den Kernbau des Pantheons bildet eine aus Ziegeln und römischem Beton ausgeführte Rotunde, deren Mauerdicke im unteren Bereich nicht weniger als 6,20 m beträgt. Diese wird von einer mächtigen Kuppel überwölbt, deren Scheitelhöhe mit 43,30 m exakt dem Durchmesser entspricht. Sie besitzt eine etwa 9 m weite Scheitelöffnung, durch die das Tageslicht einfällt.

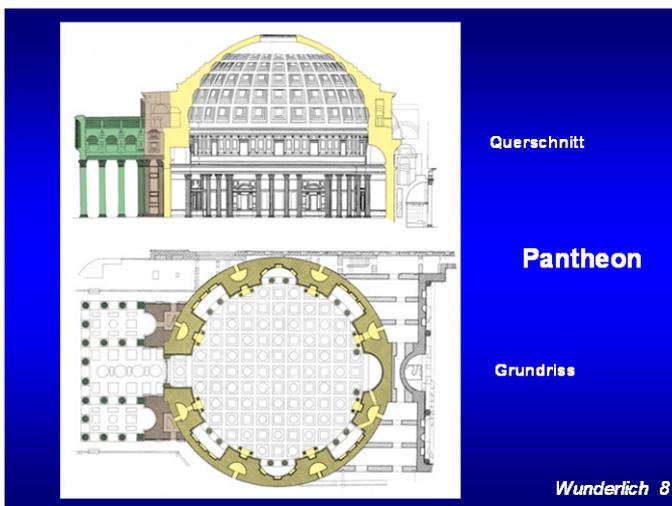


Bild 5 zeigt den Bau so wie er heute aussieht. Eine bessere Vorstellung von der in der Römerzeit vorhandenen Anlage erhält man, wenn man die Rekonstruktion des *Pantheons mit Marsfeld* in Bild 6 betrachtet, die von einem Forschungsinstitut der Universität Bern [4] angefertigt worden ist.



Zu Recht wird das Pantheon als eine statische Meisterleistung der damaligen Baumeister gepriesen, denn es überdauerte alle Erdbeben, Kriege und andere Unbill der letzten fast 1900 Jahre ohne erkennbare Schäden.

Wie ist dies möglich? Darüber ist schon sehr viel geschrieben, spekuliert und auch untersucht worden. Von der Standsicherheit her sind hierzu zwei wichtige Punkte zu nennen, vergleiche den *Querschnitt* im nächsten Bild:



Punkt 1: als Material des Bauwerks diente römischer Beton, und zwar in unterschiedlicher Zusammensetzung: in den Fundamenten findet man Travertin, im Unterbau Travertin und Tuffstein. Die Kuppel besteht unten aus Tuff, dann aus einer Mischung aus Tuff und Ziegeln und im oberen Bereich der Kuppel aus Tuff und Bimsstein. Die Rohdichte des Römischen Betons wird damit oben bis auf 1,35 reduziert. Man hat damals also bereits mit Leichtbeton gearbeitet.

Punkt 2: Die Wandstärke der Kuppel wurde zur Massenreduktion nach oben hin immer dünner gewählt. Ihre Dicke nimmt von 5,90 m unten auf 1,60 m oben ab. So ergibt sich eine Schale mit veränderlicher Wandstärke, deren innere Laibung zwar Kugelgestalt aufweist, deren Mittelfläche jedoch die Form einer Kalotte mit veränderlichem Radius (max. 49,5 m) hat. Nun sind wir heute in der Lage, schon mit relativ einfachen Mitteln den Kräfteverlauf in der Schale zumindest näherungsweise zu bestimmen. Nehmen wir als Geometrie eine Halbkugel mit einem relativ gleichmäßigen Verlauf der Wandstärke an, so erhalten wir in Meridianrichtung erwartungsgemäß Kräfte, die nach unten hin zunehmen. In der Ringrichtung dagegen ergeben sich im oberen Bereich Druckkräfte, die abnehmen und im unteren Bereich der Schale in Zugkräfte übergehen und dort bei nicht zugfestem Material senkrecht verlaufende Risse erzeugen würden. – Dies ist übrigens der Grund, warum in Kuppeln aus Mauerwerk wie beim Dom zu Florenz oder der Peterskirche in Rom derartige Risse auch aufgetreten sind.

Nehmen wir dagegen als Geometrie den wirklichen Verlauf der Mittelfläche an und berücksichtigen dabei die unterschiedlichen Wandstärken und spezifischen Gewichte des Materials, so folgt ein deutlich anderer Verlauf der Kräfte. Die in Ringrichtung verlaufenden Kräfte bleiben überall im Druckbereich. Somit können keine Zugrisse auftreten, was die Beobachtung beim Pantheon bestätigt.

Wir halten fest: Aufgrund der in allen Richtungen gleichen Eigenschaften des Römischen Betons kann sich eine *zweidimensionale Tragwirkung als Schale* ausbilden, weil die Kuppel nur auf Druck beansprucht wird und rissfrei bleibt.



Unter Kaiser Hadrian ist es zu einer Blüte in der römischen Bau- und Ingenieurskunst gekommen. Dies zeigt auch ein Beispiel aus dem Brückenbau: die im Jahre 134 eingeweihte *Engelsbrücke*, die über den Tiber zum Mausoleum Hadrians – der Engelsburg – führt und die noch heute in Betrieb ist. Die halbkreisförmigen Bögen wirken ästhetisch sehr ausgewogen, Architektur und Ingenieurskunst verschmelzen hier zu einer Einheit wie dies bei den römischen Baumeistern häufig der Fall war.

Mit dem Ende des weströmischen Reiches kam auch die Ingenieurskunst zum Erliegen. Es dauerte viele Jahrhunderte, bis man sich wieder an den Bau großer Brücken und weit gespannter Kuppel heranwagte.

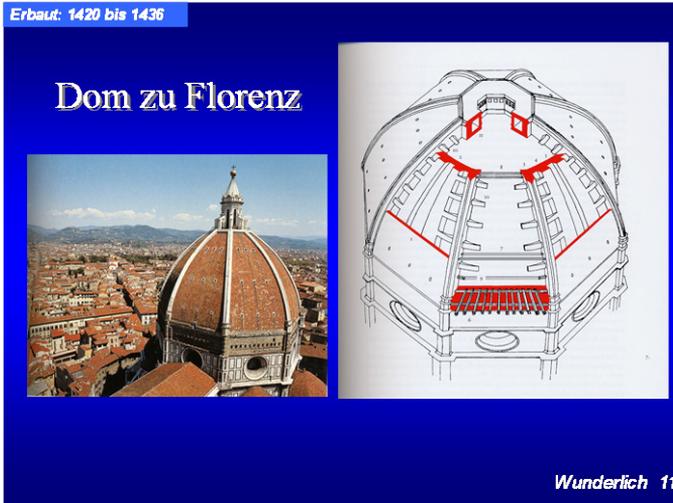
Aus dieser langen Zeit ist auch nichts Besonderes über die Entwicklung der Statik zu berichten.

Der erste große Brückenbau im Mittelalter ist wohl die *Steinerne Brücke* zu Regensburg, errichtet in den Jahren 1135-1146, also etwa 1000 Jahre nach der Engelsbrücke. Sie besteht aus 16 Kressegmentbögen mit 10-17 m Spannweite und war später Vorbild für die Karlsbrücke in Prag, errichtet ab 1357 durch *Peter Parler*, also wiederum etwa 200 Jahre später. Erste Bemessungsregeln für gewölbte Brücken hat *Alberti* erst im Jahre 1485 aufgestellt. Er befasste sich auch mit verschiedenen Gewölbearten. Für ihn ist die vollkommenste Form die Kuppel, die gleichzeitig aus einem System von Bögen und einem solchen von Ringen besteht.

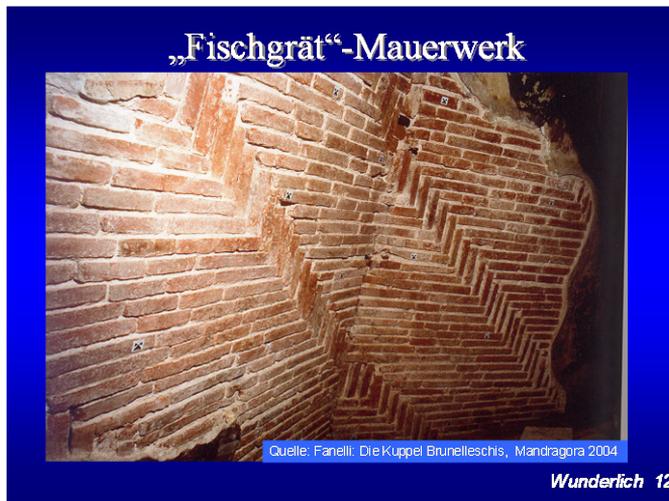


Der Bau von Gewölben kam im Mittelalter vor allem bei den Kathedralen der Gotik wieder zum Einsatz, allerdings weiterhin auf der Basis von Intuition, praktischen Erfahrungen und handwerklicher Überlieferung in den Dombauhütten. Als Baustoffe dienten vor allem Natursteine und Ziegel. Die Kenntnisse über den Baustoff Beton waren verloren gegangen. Für den Kuppelbau von Kirchen bedeutete dies, dass man eine zweidimensionale Schalen-Tragwirkung nicht mehr (oder nur sehr eingeschränkt) erreichen konnte.

Ein typisches Beispiel dafür ist der *Dom zu Florenz*, der als nächstes behandelt wird, auch deshalb, weil dafür Vergleichsrechnungen aus neuerer Zeit vorhanden sind [5]. Maßgeblicher Baumeister war *Filippo Brunelleschi* (1377-1446), der von zwei fixen Ideen besessen war: erstens, einer auf die antiken Formen zurückgreifenden Architektur zum Durchbruch zu verhelfen, und zweitens, die Kuppel des Domes in Florenz einzuwölben, und zwar ohne Lehrgerüst. Als „Experimentierender Meister“ überzeugte er die Stadtväter von Florenz gegen viele Widerstände dieses Wagnis einzugehen.



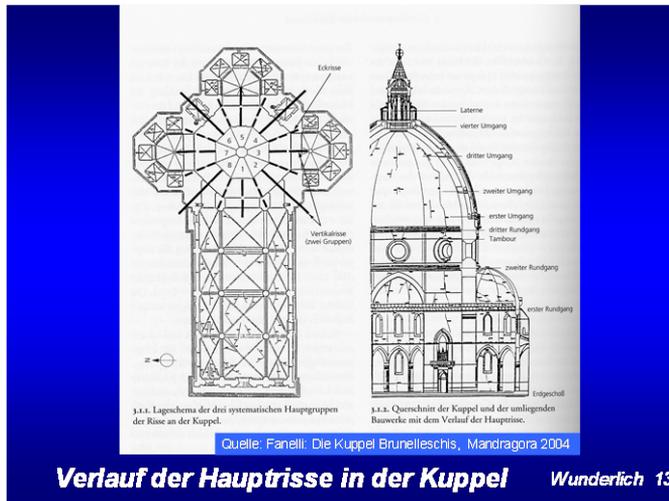
Der Dom zu Florenz erhielt eine achteckige Kuppel, die sich an die oktagonale Form des darunter liegenden Tambours des Kirchenbaues anpasste. Sie besteht aus acht Segmenten, die jeweils in eine Innen- und Außenschale aus Ziegelsteinen mit dazwischenliegenden Rippen aufgelöst sind. Der Meridian ist nicht halbkreisförmig, sondern hat mehr die Geometrie eines Spitzbogens.



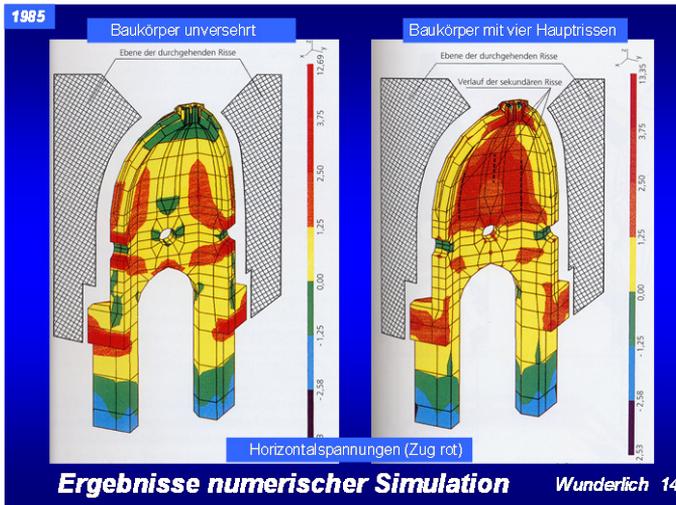
Vom statischen Standpunkt her ist bemerkenswert, dass *Brunelleschi* und die weiteren beteiligten Baumeister durchaus eine qualitativ gute Vorstellung vom Tragverhalten der Kuppel besaßen, wie dies auch durch *Alberti* überliefert ist. Sie versuchten, zusätzlich zur Lastabtragung von oben nach unten auch eine zwei-dimensionale Tragwirkung zu aktivieren, indem sie in Breitenkreisrichtung möglichst geschlossene ringförmige Strukturen ausbildeten, zum Beispiel Rippen zwischen den beiden Schalen und Ringanker aus festem Gestein, ein Ringanker war

sogar aus Holz. Auch versuchten sie dem Mauerwerk durch eine spezielle Technik, die in Bild 12 gezeigte so genannte *Fischgrätenanordnung*, eine gewisse Ringsteifigkeit zu geben. Die angeordneten ringförmigen Glieder halfen zwar, im Bauzustand weitgehend ohne volle Einrüstung auszukommen – wie *Brunelleschi* versprochen hatte –, eine echte zweidimensionale Tragwirkung nach Fertigstellung war damit jedoch nicht zu erreichen, im Unterschied zum Pantheon aus römischem Beton.

So bildeten sich schon bald nach Fertigstellung *Risse in der Kuppel* aus, die auch noch durch unterschiedliche Steifigkeiten des darunter liegenden Tambours verstärkt wurden. Über den steifen Pfeilern entstanden tiefere Risse, die durch beide Schalen der Kuppel und die Ringanker hindurchgehen. Sie wurden im Lauf der Zeit immer größer und sind heute bis zu 6 cm breit, mit einer Zunahme von 7 mm je Jahrhundert. Dies sorgte natürlich für Beunruhigung und wurde von 1637 an bis heute in einer Reihe von Untersuchungen und Gutachten analysiert. Als Hauptursache wurde die Belastung durch das Eigengewicht genannt. Für uns erwartungsgemäß, denn wie wir schon beim Pantheon qualitativ gesehen haben, treten bei etwa konstanter Wandstärke im unteren Bereich der Kuppel horizontale Zugkräfte auf, die das Mauerwerk und die eingelegten steinernen Ringanker nicht aufnehmen können. Doch auch Erdbeben und Temperaturänderungen waren von Einfluss.



Numerische Simulationen aus neuerer Zeit, die mithilfe computergestützter Methoden arbeiten, haben im Wesentlichen diese Einschätzung bestätigt [5]. Daraus entnommen sind die Ergebnisse für ein Viertel der Konstruktion, die an den Seiten jeweils durch die durchgehenden Risse begrenzt sind. Nimmt man als Grenzfall den Baukörper dazwischen als unversehrt an, so ergeben sich die in Bild 14 links gezeigten Horizontalspannungen. In den roten Bereichen treten Zugspannungen auf, die senkrechte Risse hervorrufen können. Berücksichtigt man dagegen auch noch die festgestellten stärkeren Risse in diesem Zwischenbereich, so folgt die rechts angegebene Verteilung der Zugspannungen. Die Rissgefährdung ist erwartungsgemäß wesentlich höher.



In allen Untersuchungen wurde aber bestätigt, dass sich auch die gerissene Konstruktion noch im stabilen Gleichgewicht befindet.

Die mit heutigen Hilfsmitteln zu erzielenden Ergebnisse zeigen auch, dass nicht nur die Baumeister der Römer, sondern auch die des Mittelalters vor etwa 600 Jahren bereits bemerkenswerte Leistungen vollbracht haben.

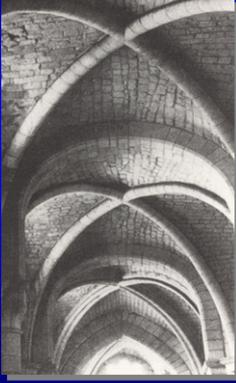
Wenn wir nun nach einer Kuppel suchen, die an die Spannweite des Pantheons herankommt, ist vor allem die Kuppel des Petersdoms zu nennen. Ein Modell der Kuppel stammt von *Michelangelo*, der noch im Alter von 72 Jahren im Jahre 1547 die Bauleitung übernahm. Die gebaute Kuppel hat einen Durchmesser von 42,3 m und eine Höhe von 43 m, ungefähr die Geometrie eines Halbkreises und knapp die Maße des Pantheons. Daher kann man von der Kuppel des Petersdoms auch behaupten, dass sie das größte freitragende Ziegelbauwerk der Welt ist. Sie wird von vier riesigen Pfeilern getragen, von denen jeder einen Durchmesser von 24 m aufweist. Doch auch diese Kuppel musste aufgrund ihrer Geometrie und ihres Materials im unteren Teil Risse bekommen, so wie wir es schon beim Dom von Florenz gesehen haben. Auf die etwa 200 Jahre später ergriffenen Maßnahmen wird weiter unten eingegangen (Bild 18).

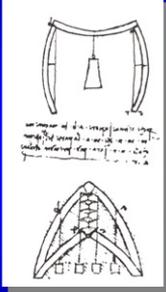
Zunächst müssen wir aber feststellen, dass sich die Anwendungen der Statik in der Baukunst bis zur Renaissance nicht grundlegend verändert haben: praktische Erfahrungen und statisches Gefühl spielen die Hauptrolle, jetzt unterstützt durch Modelle und einige Faustformeln für die Bemessung.

Renaissance und Neuzeit

Erst im 16. und 17. Jahrhundert war die Zeit gekommen, dass vor allem aufgrund der Fortschritte in der Mathematik und Physik sich auch die Mechanik und Statik in die uns heute bekannte Richtung entwickeln konnten, wo es möglich ist, das Tragverhalten von Strukturen im Voraus zu berechnen.

Theorie der Gewölbewirkung

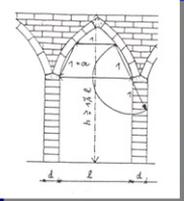






(1452-1519)

**Leonardo da Vinci:
Experimentelle
Bestimmung des
Gewölbeschubs**



6

Am Übergang – in der Renaissance – lebte *Leonardo da Vinci*, ein Universalgenie. Neben vielem anderen untersuchte er auch Probleme der Statik: er betrachtete das Wesen der Kraft; erstmals formulierte Leonardo auch das statische Moment für schief angreifende Kräfte, er befasste sich mit der *Theorie des Gewölbeschubs* und versuchte diesen experimentell zu bestimmen.

Es fällt auf, dass die Mechanik und Statik in dieser Zeit hauptsächlich von Mathematikern weiter entwickelt wurden, meist ohne direkten Bezug zur Praxis, mehr als ein gutes Anwendungsbeispiel für die Mathematik.

So wirkte der flämische Mathematiker *Simon Stevin* (1548 bis 1620) an der Universität Leiden und demonstrierte in einem Gedankenexperiment das Gleichgewicht auf zwei schiefen Ebenen. Auch hat er als Erster die Größe einer Kraft maßstabsgetreu als gerichtete Größe zeichnerisch dargestellt und so bereits den Grundstein für die grafische Statik des 19. Jahrhunderts gelegt.

Spannungsverlauf im Balken



Schnitt

Spannung

Drehpunkt



Eingespannter Balken
[Discorsi e dimostrazioni
matematiche, intorno a due
nuove scienze, Leyden 1638]

		Galilei (1638)
		Mariotte (1666) Leibniz (1684)
		Parent (1713)



Galileo Galilei
(1564-1642)

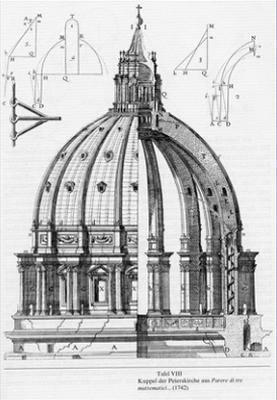
Wunderlich 17

Aufmerksamkeit fand auch das Problem der *Biegung eines Balkens*, vergleiche Bild 17, mit dem sich erstmals *Galilei* in seinen „discorsi e dimostrazione matematiche“ 1638 befasste. Allerdings setzte er noch eine falsche Spannungsverteilung über den Querschnitt und kein Stoffgesetz an und erhielt deshalb ein falsches Ergebnis. Verbesserungen dazu stammen von *Mariotte* und *Leibniz*. Aber erst *Parent* kam 1713 zum richtigen Ergebnis, nachdem *Hooke* 1678 das elastische Stoffgesetz und *Johann Bernoulli* 1698 die geometrische Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte formuliert hatten.

Ein neues Kapitel in der Entwicklung der Statik wurde aufgeschlagen, als im Jahre 1742 drei Mathematiker – die Minoriten *Le Seur*, *Jaquier* und der Jesuitenpater *Boscovich* – den Auftrag erhielten, ein Gutachten zur Sanierung der Kuppel des Petersdoms zu erstellen. Die Art und Weise, wie das Gutachten erstellt wurde, war für die damalige Zeit völlig neuartig: der Horizontalschub der Kuppel wurde mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeiten ermittelt. Die Arbeiten der äußeren Einwirkungen, hier das Eigengewicht, wurden den Arbeiten aus dem Horizontalschub am unteren Rand der Kuppel und einer Verdrehung des Tambours gegenübergestellt. Dies ist aus der Skizze ersichtlich, die aus dem Originalgutachten [6] stammt. Aus der Rechnung ergab sich, dass die beim Bau eingelegten Zugringe aus Eisen wesentlich zu schwach waren, und es wurde der Einbau von fünf weiteren Eisenringen empfohlen.

1742
Übersetzung: vgl. www.wundr.com

Gutachten von Le Seur, Jaquier und Boscovich



Tafel VIII
Kuppel der Peterskirche von Paris de St. Maximilien (1742)

Bestimmung des Horizontalschubs am unteren Kuppelrand mittels Prinzip der virtuellen Arbeiten

↓

Dimensionierung der Zugringe zur Vermeidung von Rissen.

„Erstes Statik-Gutachten der Welt“

Wunderlich 18

Dieses Gutachten, das auch als das erste Statikgutachten der Welt bezeichnet wird, *markiert den Schritt von der intuitiven und erfahrungsgeprägten Statik hin zu einer wissenschaftlichen Disziplin*. Es sollte aber noch einige Zeit dauern, bis alle Voraussetzungen dazu gegeben waren.

Besonders wichtige Bausteine für die weitere Entwicklung waren die Erfindung der *Infinitesimal-Rechnung* im 17. Jahrhundert durch *Leibniz* und *Newton* sowie der *Variationsrechnung* im 18. Jahrhundert durch *Euler* und *Lagrange* [7]. Mit diesen neuen mathematischen Werkzeugen konnten nun auch die Grundlagen der Statik

und Mechanik als differentielle Beziehungen oder in integraler Form als Arbeitsgleichungen systematisch formuliert werden.

Infinitesimalrechnung

Leibniz (1646 - 1716) Newton (1642 - 1727)

Variationsrechnung

Euler (1707-1783) Lagrange (1736-1813)
Wunderlich 19

Erst mit diesen stürmischen Entwicklungen der Naturwissenschaften und Mathematik gelang es, das Gebäude der Mechanik und Statik auf tragfähige wissenschaftliche Beine zu stellen.

An dieser Stelle kann die eingangs gezeigte *Übersicht über die Grundlagen der Statik* der Entwicklung angepasst werden. Die drei grundlegenden Bausteine lassen sich nun mithilfe des neuen mathematischen Rüstzeugs verbinden und als Differentialgleichungen formulieren: die Gleichgewichtsbedingungen als Verbindung zwischen Spannungen und einwirkenden Kräften, das Materialgesetz, das Dehnungen und Spannungen verknüpft und die Geometrie als Verbindung zwischen Verschiebungen und Dehnungen.

Grundgleichungen der Statik

<i>Geometrie</i>	<i>Material</i>	<i>Gleichgewicht</i>
Verschiebungen	Dehnungen	Spannungen Kräfte
J. Bernoulli (1691) „Ebenbleiben der Querschnitte“	Hooke (1678) <i>Ut tensio sic vis</i>	

Formulierung mit Differentialgleichungen

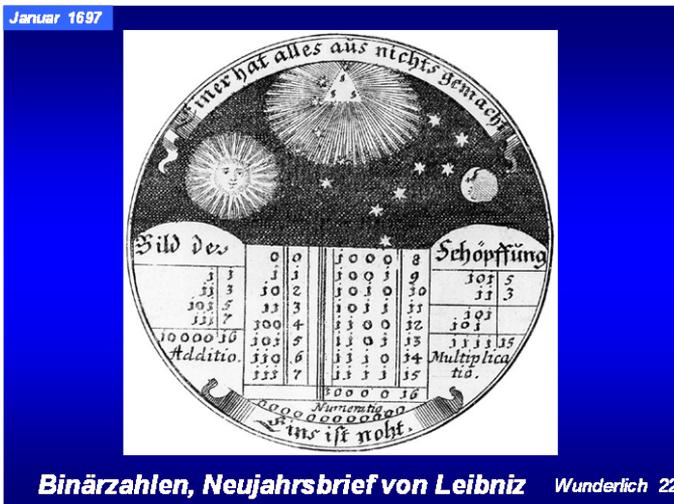
Kontinuum (Cauchy 1822)
 Balken (Navier 1826, Timoshenko 1932)
 Platte (Kirchhoff 1850, Reissner 1945)

Wunderlich 20

Es verging aber noch geraume Zeit, bis diese differentiellen Formulierungen für die wichtigsten Bauglieder gelungen waren. Dies zeigen die Angaben für Kontinuum, Balken und Platte im unteren Teil des Bildes 20.

Was nützen aber die schönsten Differentialgleichungen? Den Ingenieuren müssen die Lösungen vorliegen, wenn danach gebaut und konstruiert werden soll.

Rechenhilfsmittel mussten also entwickelt werden. Schon sehr früh gab es Vorschläge dazu: der Rechenschieber wurde im 17. Jahrhundert erfunden, ebenso die *Rechenmaschine*. Bild 21 zeigt den Vorschlag von *Leibniz* als Vorläufer späterer Rechengenäte.



Sehr bemerkenswert ist, dass *Leibniz* sich mit dem Rechnen im Binärsystem schon damals befasste, wie die obige *Neujahrskarte* zeigt, auf der binäre Addition und Multiplikation zu sehen sind. Bekanntlich rechnen heutige Computer mit die-

sem System. Aber es dauerte noch recht lange, bis Methoden und Rechengерäte soweit entwickelt waren, dass man sie für die Vorausberechnung des Tragverhaltens eines Bauwerks einsetzen konnte.

Einen wichtigen Beitrag, die Baustatik wissenschaftlich zu untermauern, leistete der in Komotau in Böhmen im Jahre 1756 geborene und später in Prag als Mathematik-Professor tätige *Franz Josef Ritter von Gerstner*. In seiner im Jahre 1789 veröffentlichten Schrift „Eine Einleitung in die statische Baukunst“ [8] wird die Mathematik zur sachgerechten Formulierung des Problems des Gewölbeschubs herangezogen.

Wesentlichen Anteil daran, dass die sich separat entwickelnden beiden Teile der Statik, die Theorie und die Praxis, zusammengeführt wurden, hatten auch französische Ingenieuroffiziere. Deren Aufgabe war es, Brücken, Befestigungsanlagen und Ähnliches zu errichten. Sie erhielten eine gute wissenschaftliche Ausbildung, die stark mathematisch ausgerichtet war. Hier sind vor allem *Coulomb* (1736-1806) und *Navier* (1785-1836) zu nennen. Letzterer hat im Jahre 1826 zusammenfassend seine Vorlesungen in einer Art „*Handbuch für Bauingenieure*“ veröffentlicht, das auch in deutscher Übersetzung [9] vorliegt und die Entwicklung der Baustatik stark beeinflusst hat.



Im deutschen Sprachraum ist eine der ersten statischen Berechnungen im heutigen Sinne, bei der man Tragwerk und Konstruktion im Voraus analysierte, im Rahmen der Errichtung der *Göltzschtalbrücke* im Voigtland aufgestellt worden. Diese Brücke wurde in den Jahren 1846-1851 erbaut und ist die größte Ziegelbrücke der Welt (26 Millionen Ziegeln und 64 m³ Naturstein). Berechnung und Materialprüfung erfolgten durch *Johann A. Schubert* aus Dresden.

Kommen wir nun auf den Bau von Kuppeln zurück, so sind erst jetzt, mit der Wiederentdeckung des Betons um 1800 herum und der Erfindung des Stahlbetons 1867 die Voraussetzungen gegeben, die zweidimensionale Tragwirkung von Schalen auszunutzen.

Ein Vorzeigeobjekt dazu ist das *Zeiss-Planetarium* in Jena mit 25 m Spannweite, dessen Stahlbewehrung auf Bild 24 zu sehen ist. Nach Torkretierung mit Beton wurde bereits eine Schalendicke von nur 6 Zentimetern erreicht. Entwurf und Berechnungen wurden von der Firma Dyckerhoff und Widmann unter der Leitung von *Franz Dischinger* durchgeführt. Das Netz der Stahlstäbe bildet eine geodätische Kuppel, die also nicht erst *Buckminster Fuller* 40 Jahre später erfunden hat, wie allgemein angenommen wird, sondern eben schon durch *Bauersfeld* und *Dischinger* im Jahr 1924. Bemerkenswert ist, dass die Stahlstäbe mit einer Längentoleranz von nur 1/20 mm hergestellt werden mussten, damit man die genaue Kuppelform erhielt.



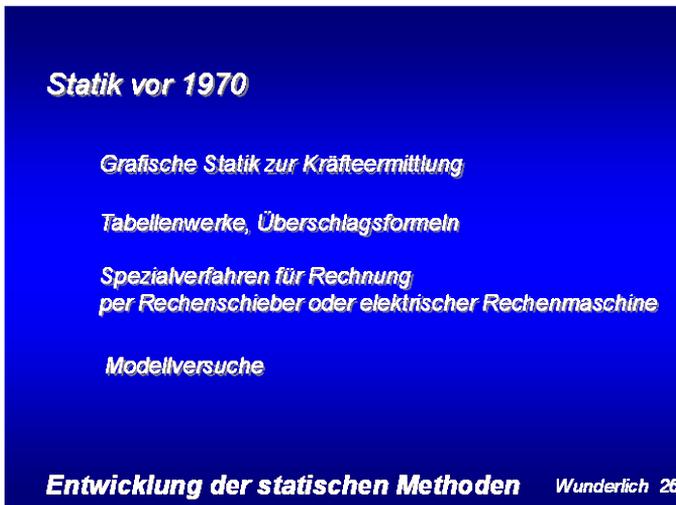
Einige Jahre vorher, im Jahre 1913, war es nach 1800 Jahren soweit, dass die Spannweite des Pantheons von 43 m von der Stahlbetonkuppel der *Jahrhunderthalle in Breslau* übertroffen worden ist.



Diese Kuppel war mit einer freien Spannweite von 65 m Durchmesser zum Zeitpunkt der Fertigstellung weltweit die größte dieser Art und wurde ebenfalls von der Firma Dyckerhoff & Widmann gebaut, allerdings noch in aufgelöster Bauweise mit Rippen und Balken und noch nicht als reine Schale.

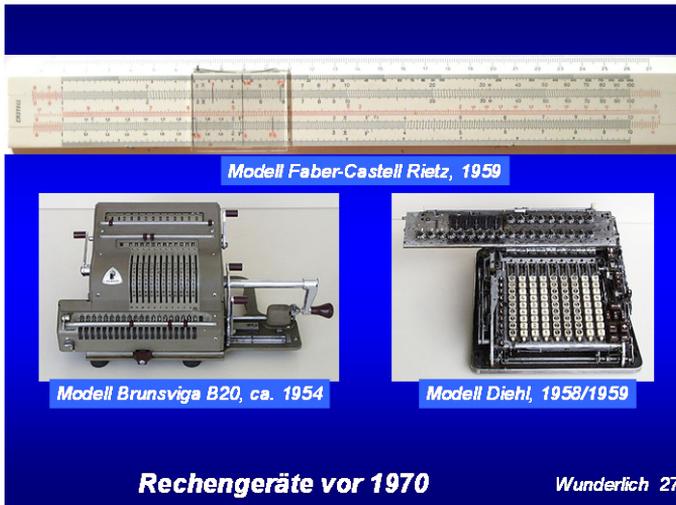
In Schalenbauweise wurde von derselben Firma in den Jahren 1927–1929 die *Großmarkthalle in Leipzig* erstellt (Bild 25). Auch ihre ausgeführten zwei (von geplanten drei) Kuppelschalen waren zum Zeitpunkt ihrer Fertigstellung mit einer Spannweite von nunmehr 75 m bei einer Gesamtgebäudehöhe von 29 m die größten massiven Schalenkuppeln der Welt. Konstruiert und berechnet wurden sie von den Bauingenieuren *Franz Dischinger, Ulrich Finsterwalder* und *Hubert Rüsich*.

Betrachten wir nun die *Entwicklung der statischen Methoden* in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts (Bild 26). Sie ist gekennzeichnet durch den Einsatz der grafischen Statik zur Kräfteermittlung, durch eine große Zahl von Tabellenwerken und Überschlagsformeln, durch viele Spezialverfahren für die Rechnung, die entweder mit dem Rechenschieber oder mit einer elektrischen Rechenmaschine auszuführen waren. Einen gewissen Raum nahmen auch Modellversuche ein, die hauptsächlich dann angewandt wurden, wenn das Tragwerk einer Berechnung nicht zugänglich war.



Im Bild 27 ist eine Auswahl der damals gebräuchlichen *Rechengeräte* zu sehen. Vor allem ist natürlich der Rechenschieber zu nennen, der weit verbreitet war und das Hauptrechengerät in der Praxis gewesen ist. Dazu kamen die Tischrechenmaschinen entweder mit Handkurbel wie bei dem Modell Brunsviga links oder dann später schon elektrisch wie beim Modell Diehl rechts.

Diese Rechengeräte unterstützten den Ingenieur in der Durchführung der statischen Berechnung für die verschiedensten Tragwerke. Der Statiker musste die Verfahren genau kennen und die Rechnung selbst durchführen. So war die Lösung eines Gleichungssystems mit zum Beispiel 10 Unbekannten kaum in einer annehmbaren Zeit zu bewältigen.

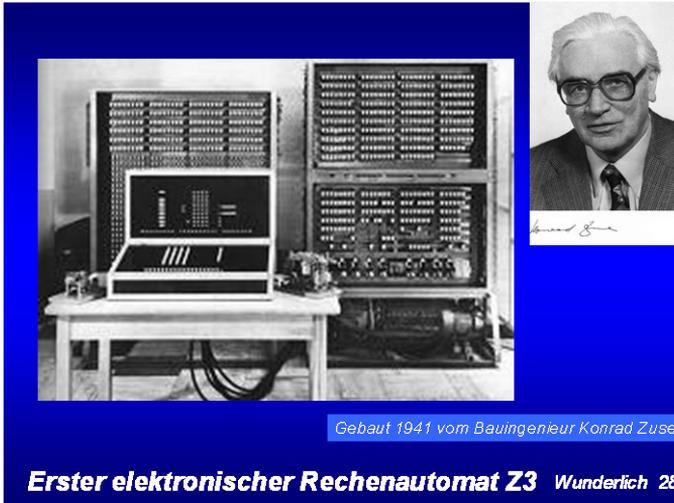


Trotz dieser offensichtlichen Schwierigkeiten und Nachteile entwickelten die Ingenieure in dieser Zeit ein besonderes *statisches Gespür*: sie konnten und mussten sich in das Tragverhalten des Bauwerks hinein denken, schon um sich überflüssige Arbeit zu ersparen und entwickelten dabei Spitzenleistungen in effektiver Modellbildung eines Tragwerks.

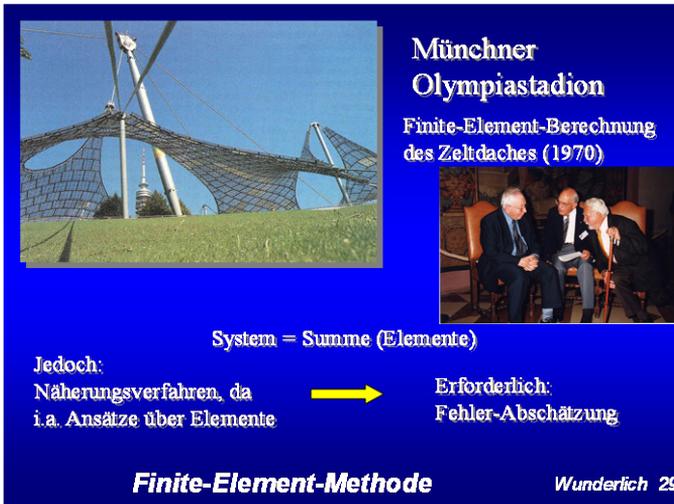
Statik im Computerzeitalter

In der Zeit zwischen 1970 und 1980 hat sich dann die Statik stark verändert. Der seit 1969 einsetzbare Taschenrechner hat den Rechenschieber schnell verdrängt und der elektronische Rechenautomat (der Computer) fand weite Verbreitung und ersetzte die elektrische Tischrechenmaschine. Auch bei diesen Entwicklungen waren Bauingenieure stark beteiligt. Ein Student in Berlin fand die Übungsaufgaben im Fach Statik recht mühsam, da sie sehr umfangreiche Rechnungen per Hand erforderten. Zusätzlich mit Bastlertalent ausgestattet, war es niemand anders als *Konrad Zuse (1910-1995)*, der daraufhin den *ersten elektronischen Rechenautomaten* erfand [10], ein paar Jahre vor ähnlichen Entwicklungen in den USA. Er hatte schon 1934 die Idee, das bis heute in fast allen Computern verwendete binäre Zahlensystem bestehend aus null und eins zum maschinellen Rechnen zu verwenden. Von 1936 - 1938 entwickelte er einen Vorläufer, die Z1, die im Kriege verloren ging. Im Jahre 1941 hat der Tüftler dann die Z3 (Bild 28) vollständig mit 2500 Telefon-Relais in seiner Berliner Wohnung aufgebaut: es entstand im dritten Anlauf der ***erste voll funktionsfähige und programmgesteuerte frei programmierbare Rechner der Welt in binärer Gleitkomma-Darstellung.***

Der Computer – wie er heute international genannt wird – hat im Folgenden auch die Statik verändert, sowohl die Methoden als auch die Anwendungen.



Was die Methoden anbelangt, so hat man seit etwa Mitte der 50er Jahre gezielt versucht, die typische Arbeitsweise eines Computers auszunutzen.



Im Bereich der Statik entstehen die *Elementmethoden*. Sie sind dadurch gekennzeichnet, dass man die Lösung der Grundgleichungen über das gesamte Tragwerk aus der Summe der Lösungen über Teilbereiche aufbaut, den Elementen. Prominentestes Beispiel einer solch computerorientierten Methode ist zweifellos die Finite-Element-Methode, die zum Beispiel beim Bau des Olympiadachs in München zum Einsatz kam.

Sie wurde von Bauingenieuren entwickelt. Als Pioniere sind *Ray Clough* von der University of California, Berkeley, und *John Argyris*, Stuttgart, zu nennen. Das Foto in Bild 29 zeigt die beiden zusammen mit *Olgiert Zienkiewicz* während einer internationalen Konferenz in München im Jahre 1999 (ECCM 99).

Die Finite-Element-Methode führt auf ein algebraisches Gleichungssystem, das dank des Computers gelöst werden kann, auch wenn es Tausende von Unbekannten enthält. Man bezeichnet diese Vorgehensweise der Bestimmung von Einzelwerten an den Knoten auch als Diskretisierung. Wichtig ist, dass die Finite-Element-Methode eine Näherung darstellt, die bei richtiger Verwendung der physikalischen und mathematischen Grundlagen mit zunehmender Anzahl von Unbekannten immer genauer wird. Mit verschiedenartigen Elementen kann man ganz unterschiedliche Wirkungen, Geometrien und Werkstoffe erfassen und bausteinartig zum Gesamtsystem zusammensetzen [11].



Auch hier gilt das Schema der *Grundgleichungen der Statik*, die jetzt allerdings in integraler Form – zum Beispiel als Prinzip der virtuellen Arbeiten – als Basis für die Element-Verfahren dienen.

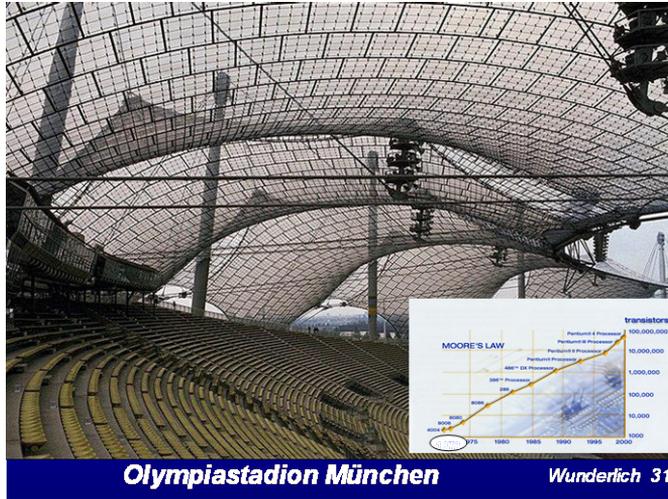
Was nun schließlich den Einfluss des Computers und der computerorientierten Methoden auf die Anwendungen in der Statik anbelangt, so ist hier – als Beispiel für diese veränderten Möglichkeiten – das *Dach für das Olympiastadion in München* hervorzuheben. Statik und Konstruktion lagen in den Händen des Ingenieurbüros *Leonhardt und Partner* mit dem Chefkonstrukteur *Jörg Schlaich*, die Gesamtplanung beim Architekturbüro *Behnisch und Partner*.

Wie Bild 31 zeigt, ist das Tragwerk eine vorgespannte Seilkonstruktion. Es besteht aus neun einzelnen Netzen, die zu einer Gesamtfläche von fast 35.000 m² aneinandergereiht sind. Sie werden von acht Stützen gehalten, die außerhalb des Stadions aufgestellt und verankert sind. Die großen Randseile übernehmen die Lastabtragung und die Abspannung.

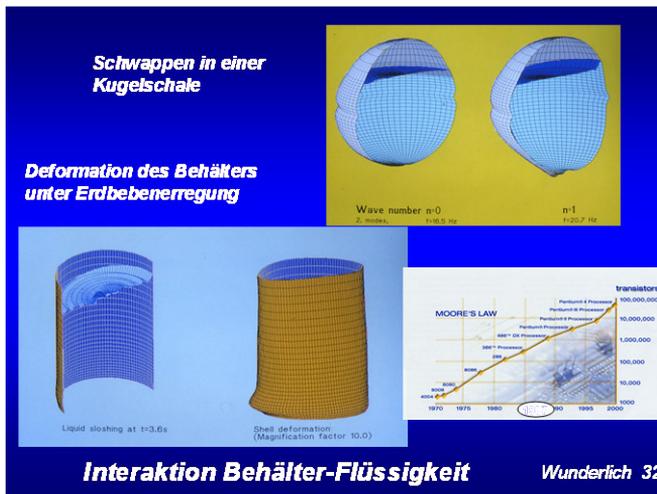
Für die Berechnung der von *Frei Otto* entworfenen Zeltdächer wurde von *John Argyris* sowie Mitarbeitern im Jahr 1970 ein Programm auf der Grundlage der erwähnten numerischen Element-Methode entwickelt.

Ohne hier auf Einzelheiten des Entwurfs und der Berechnung dieses interessanten Bauwerks eingehen zu können, sei noch auf das Diagramm in Bild 31 hingewie-

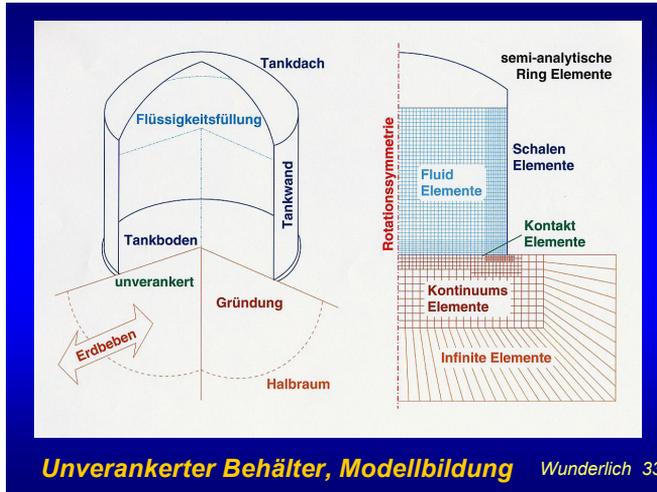
sen, das die rasante Entwicklung der Rechenleistung des Computers zeigt, auch als Gesetz von *Moore* bezeichnet, nach dem sich alle 18 Monate die mögliche Rechnerleistung verdoppelt. Im Jahre 1970 standen wir noch ganz am Anfang.



Bereits 15 Jahre später war es möglich, *nichtlineare Vorgänge* zu berechnen wie das Beulen von Schalen oder gekoppelte Vorgänge wie das Schwappen von Flüssigkeit in einem Behälter, vergleiche Bild 32.



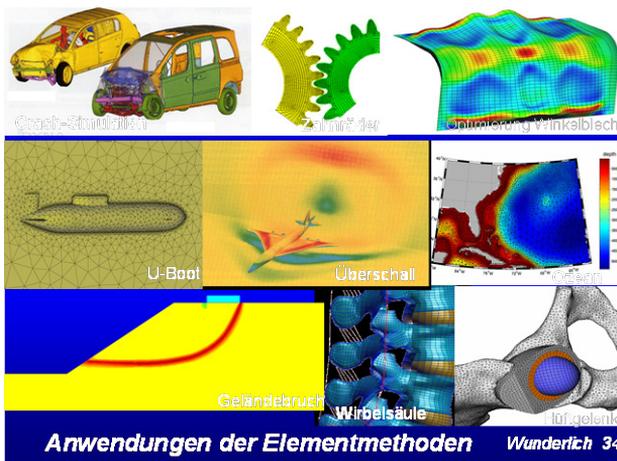
Diese Ergebnisse entstammen Forschungen, die wir damals am Lehrstuhl für Statik durchgeführt haben, ebenso wie das auf dem nächsten Bild rechts gezeigte Netz mit unterschiedlichen finiten Elementen. In den 90-er Jahren war diese Forschungslinie dann soweit entwickelt, dass auch die dynamische *nichtlineare Berechnung von Behältern* unter Erdbewegung bearbeitet werden konnte.



Und heute – noch einmal 15 Jahre später – ist die Grenze meist nicht mehr die Methode oder das Rechenhilfsmittel, sondern eher der Mensch, der es schaffen muss, die Informationsflut zu beherrschen.

Die Entwicklung der anfangs in der Statik eingesetzten Methoden ist inzwischen weit fortgeschritten. Sie können zur Simulation der verschiedensten Aufgabenstellungen eingesetzt werden. In Lehre und Forschung hat der fachübergreifende Aspekt der Elementmethoden im Zusammenwirken von Statik, Ingenieurinformatik und Mechanik zu neuen Gebieten wie „*Computational Mechanics*“ geführt, das seit 10 Jahren auch im Lehrplan der TU München verankert ist.

Anwendungen sind heute in den meisten naturwissenschaftlichen Bereichen festzustellen, wie Sie an einigen Beispielen auf dem folgenden „Fleckerlteppich-Bild“ erkennen können: im Automobil- und Flugzeugbau, dem Maschinenbau, der Optimierung, in der Geotechnik ebenso wie für die Simulation von Strömungen oder auf dem weiten Gebiet der Biomechanik und der Medizin.



Literatur

- [1] Straub H.: *Die Geschichte der Bauingenieurkunst: Ein Überblick von der Antike bis in die Neuzeit*. Basel: ⁴1992 Birkhäuser
- [2] Lamprecht H.-O.: *Opus Caementitium – Bautechnik der Römer*. Düsseldorf: ³1987 Beton-Verlag
- [3] Platner S. B.: *A Topographical Dictionary of Ancient Rome*. Oxford: 1929 Oxford University Press
- [4] Graßhoff G., Heinzelmann M., Wäfler M. (eds.): *The Pantheon in Rome. Contributions to the Conference Bern, November 9-12, 2006* (Bern Studies). Bern: Kármán Center of Advanced Studies Bern
- [5] Fanelli G., Fanelli M.: *La cupola de brunelleschi : historia y futuro de una grande estructura*. Florenz: 2004 Mandragora – deutsch unter dem Titel: *Die Kuppel Brunelleschis*. Regensburg: 2004 Schnell & Steiner
- [6] Wapenhans W., Richter J.: *Die erste Statik der Welt von 1742 zur Peterskuppel in Rom*. Dresden: 2001 Selbstverlag – http://www.wundr.com/html/05_03.htm (Originaltext und Übersetzung mit Kommentar)
- [7] Szabo I.: *Geschichte der mechanischen Prinzipien*. Basel: ²1979 Birkhäuser
- [8] Gerstner F. J. Ritter v.: *Einleitung in die statische Baukunst*. Prag: 1789 Normalschul-Buchdruck
- [9] Navier L.: *Résumé des leçons données à l'école des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique*. Brüssel: 1839 Hauman – deutsch unter dem Titel: *Mechanik der Baukunst* (Übers. G. Westphal, A. Föppl). Hannover: 1879 Helwing
- [10] Zuse K.: *Der Computer – Mein Lebenswerk*. Berlin: 1984 Springer
- [11] Wunderlich W.: *Grundlagen der Finite-Element-Methode und Stand der Entwicklung*. Seiten 1-10 in: *Finite Elemente in der Baupraxis* (Hrsg. P. J. Pahl), Berlin – München – Düsseldorf: 1978 Verlag W. Ernst & Sohn

Anmerkung: Ausführliche Hintergrundinformationen und Literaturangaben, die in diesem Beitrag mit verwertet wurden, finden sich insbesondere in [1], [5] und [7].

Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Walter Wunderlich
 Elsterweg 14
 82152 Krailling
 W.Wunderlich@t-online.de